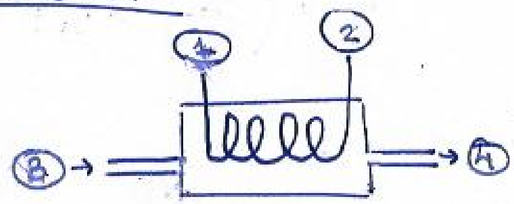
Exercice 1.1

①



① Entrée du méthane à 130 °C $\Rightarrow T_1 = 403,15\ K$

② Sortie du méthane à 25°C $\Rightarrow T_2 = 298,15\ K$

③ Entrée d'eau à 15,0 °C $\Rightarrow T_3 = 288,15\ K$

④ Sortie d'eau à T_4

②

$$\dot{Q}_{eau} + \dot{Q}_{méthane} = 0$$

$$\int_{T_3}^{T_4} \dot{m}_{eau}\, c_{p,H_2O}\, dT + \int_{T_1}^{T_2} \dot{n}_{méthane}\, c_{p,méthane}\, dT = 0$$

$$0 = \dot{m}_{eau}\, c_{p,H_2O}\,(T_4 - T_1) + \dot{n}_{méthane} \int_{T_1}^{T_2} (22,17 + 0,0453\,T)\, dT$$

$$\dot{m}_{eau} = \frac{-\dot{n}_{méthane}\left[22,17\,(T_2 - T_1) + 0,0453\left(\frac{T_2^2}{2} - \frac{T_1^2}{2}\right)\right]}{c_{p,H_2O}\,(T_4 - T_3)}$$

Si : $T_4 = 40 + 273,15 = 313,15\ K$ $\quad \dot{m}_{eau} = 1,34\ Kg.s^{-1}$

Débit volumique $D = \rho_{eau} \times \dot{m}_{eau} = 1 \times 1,34 = 1,34\ L.s^{-1}$

$\rho_{eau} = 1\ Kg.L^{-1}$

2. $\dot{m}_{CH_4} = \dot{n}_{CH_4} \times M_{CH_4} = 0,560\ Kg.s^{-1}$

L'échangeur de chaleur est parfaitement isolé $\Rightarrow \cancel{\sum_{k=1}^{k'} \frac{Q_k}{T_{ext}}} \to 0$ $\qquad \dot{\sigma} = -\sum_{i=1}^{n} \dot{m}_i s_i + \sum_{j=1}^{n'} \dot{m}_j s_j$

(erreur dans l'énoncé)

$$\dot{\sigma} = -\dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_3 s_3 + \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_3 s_3$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_{CH_4}$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 = \dot{m}_{H_2O}$$

$$\dot{\sigma} = \dot{m}_{CH_4}(s_2 - s_1) + \dot{m}_{H_2O}(s_4 - s_1)$$

$$= \dot{m}_{CH_4} \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p\,CH_4}}{M} \frac{dT}{T} + \dot{m}_{H_2O} \int_{T_3}^{T_4} \frac{c_{p,H_2O}\, dT}{T} =$$

$$= \dot{n}_{CH_4} \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{22,17}{T} + \frac{0,0453\,\cancel{T}}{\cancel{T}}\right) dT + \dot{m}_{H_2O}\, c_{p,H_2O} \ln \frac{T_4}{T_3} =$$

$$= \dot{n}_{CH_4} \left[22,17 \ln \frac{T_2}{T_1} + 0,0453\,(T_2 - T_1)\right] + \dot{m}_{H_2O}\, c_{p,H_2O} \ln \frac{T_4}{T_3}$$

$\dot{\sigma} = 65,9 \ J K^{-1} s^{-1}$

Ce flux d'entropie met en évidence l'irreversabilité de l'échange de chaleur.

Exercice 2

État A $\xrightarrow{\text{adiabatique}}$ **État B**

État A :
$P_A = 1,00 \times 10^5 \ Pa$
$V_A = 1,20 \times 10^{-3} \ m^3$
$T_A = 300 \ K$

État B :
$P_B = 6,63 \times 10^6 \ Pa$
$V_B = V_A / 20 = 6,00 \times 10^{-5} \ m^3$
$T_B = 994,3 \ K$

B → C : isobare

État C :
$P_C = P_B = 6,63 \times 10^6 \ Pa$
$V_C = 1,59 \times 10^{-4} \ m^3$
$T_C = 2628,6 \ K$

C → D : adiabatique

État D :
$P_D = 3,90 \times 10^5 \ Pa$
$V_D = V_A = 1,20 \times 10^{-3} \ m^3$
$T_D = 1170 \ K$

D → A : isochore

1. $m = n \times M \qquad n = \dfrac{P_A V_A}{R T_A} = 4,81 \times 10^{-2} \ mol$

$m = 1,40 \ g$

2. Transf. adiabatique A → B

$P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \qquad P_B = \left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} P_A = 6,63 \times 10^6 \ Pa$

$T_A V_A^{\gamma - 1} = T_B V_B^{\gamma - 1} \qquad T_B = \left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma - 1} \times T_A = 994,3 \ K$

Transf adiabatique C → D

$P_C V_C^{\gamma} = P_D V_D^{\gamma} \qquad V_C = \left(\dfrac{P_D}{P_C}\right)^{1/\gamma} V_D = 1,59 \times 10^{-4} \ m^3$

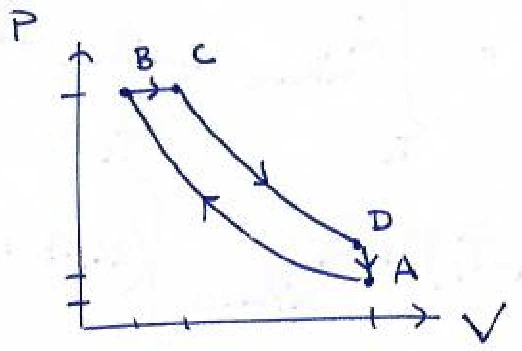
Transf isobare B → C

$\dfrac{T_B}{V_B} = \dfrac{T_C}{V_C} \qquad T_C = \dfrac{V_C}{V_B} T_B = 2628,6 \ K$

Transf. isochore D → A

$\dfrac{T_D}{P_D} = \dfrac{T_A}{P_A} \qquad T_D = \dfrac{P_D}{P_A} T_A = 1170 \ K$

3.



Il s'agit d'un cycle moteur car le sens du parcours du cycle est le sens horaire.

4. Relation de Mayer $c_p - c_v = R \qquad \gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$

$C_p = \gamma C_v$ $\qquad$ $\gamma C_v - C_v = R$

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1} = 20{,}8 \text{ J K}^{-1}\text{mol}^{-1}$$

$$C_p = \gamma \frac{R}{\gamma - 1} = 29{,}10 \text{ J K}^{-1}\text{mol}^{-1}$$

5 Transf A → B (adiabatique)

a

$$Q_{A\to B} = 0 \text{ J}$$

$$W_{A\to B} = \int_{T_A}^{T_B} n C_v \, dT = n C_v (T_B - T_A) = 694{,}3 \text{ J}$$

ou

$$W_{A\to B} = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma - 1}$$

Transf B → C (isobare)

$$W_{B\to C} = \int_{V_B}^{V_C} -P \, dV = -P_B (V_C - V_B) = -653{,}7 \text{ J}$$

$$Q_{B\to C} = \int_{T_B}^{T_C} n\, c_p \, dT = n\, c_p (T_C - T_B) = 2287{,}9 \text{ J}$$

Transf. C → D (adiabatique)

$$Q_{C\to D} = 0 \text{ J}$$

$$W_{C\to D} = \int_{T_C}^{T_D} n C_v \, dT = n C_v (T_D - T_C) = -1459{,}6 \text{ J}$$

ou $$W_{C\to D} = \frac{P_D V_D - P_C V_C}{\gamma - 1}$$

Transf. D → A (isochore)

$$Q_{D\to A} = \int_{T_D}^{T_A} n C_v \, dT = n C_v (T_A - T_D) = -870{,}6 \text{ J}$$

$$W_{D\to A} = 0 \text{ J}$$

b $$\eta = \frac{-W}{Q_{sc}}$$

$$W_{cycle} = W_{A\to B} + W_{B\to C} + W_{C\to D} + W_{D\to A} = -1419 \text{ J}$$

$$Q_{sc} = Q_{B\to C} = 2287{,}9 \text{ J}$$

$$\eta = 0{,}62$$

c $$\eta_c = 1 - \frac{T_{sf}}{T_{sc}}$$ $\qquad$ $T_{sf} = T_A = 300 \text{ K}$, $T_{sc} = T_C = 2628{,}6 \text{ K}$

$$\eta_c = 0{,}89$$

Comme attendu $\eta_c > \eta$

6 Calcul de la variation d'entropie

Transf. A → B (adiabatique réversible)

Une transformation adiabatique réversible est une transformation isentrope $\Delta S = 0$

$\Delta S_A^B = 0 \ \mathrm{J K^{-1}}$

Transf. B → C (isobare)

$$\Delta S_B^C = \int_{T_B}^{T_C} \frac{\delta Q_r}{T} = \int_{T_B}^{T_C} \frac{n c_p \, dT}{T} = n c_p \ln \frac{T_C}{T_B} = 1{,}36 \ \mathrm{J K^{-1}}$$

Transf. C → D (adiabatique réversible)

$$\Delta S_C^D = 0 \ \mathrm{J K^{-1}}$$

Transf D → A (isochore)

$$\Delta S_D^A = \int_{T_D}^{T_A} \frac{\delta Q_r}{T} = \int_{T_D}^{T_A} \frac{n c_v \, dT}{T} = n c_v \ln \frac{T_A}{T_D} = -1{,}36 \ \mathrm{J K^{-1}}$$

$$\Delta S_{cycle} = \Delta S_A^B + \Delta S_B^C + \Delta S_C^D + \Delta S_D^A = 0 \ \mathrm{J K^{-1}}$$

L'entropie est une variable d'état. Elle ne dépend que de l'état initial et de l'état final. Dans un cycle ces deux états sont les mêmes, la variation d'entropie doit donc être nulle.

Exercice 3

①

État A
$P_A = 1 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$
$T_A = 268{,}15 \ \mathrm{K}$
$V_A = 2{,}00 \times 10^{-1} \ \mathrm{m^3}$

$\xrightarrow{\text{isochore}}$

État B
$P_B = 1{,}11 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$
$T_B = 298{,}15 \ \mathrm{K}$
$V_B = V_A = 2{,}00 \times 10^{-1} \ \mathrm{m^3}$

$\downarrow$ isotherme

État C
$P_C = 6{,}35 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$
$T_C = T_B = 298{,}15 \ \mathrm{K}$
$V_C = 3{,}50 \times 10^{-2} \ \mathrm{m^3}$

$\xleftarrow{\text{isochore}}$

État D
$P_D = 5{,}71 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$
$T_D = T_A = 268{,}15 \ \mathrm{K}$
$V_D = V_C = 3{,}50 \times 10^{-2} \ \mathrm{m^3}$

isotherme $\uparrow$ (D → A)

Transf isochore A → B

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \qquad P_B = \frac{T_B}{T_A} P_A = 1{,}11 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$$

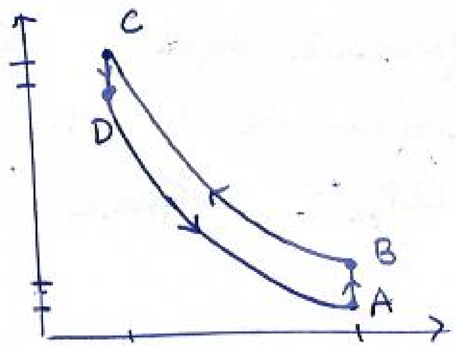
Transf isotherme B → C

$$P_B V_B = P_C V_C \qquad P_C = \frac{V_B}{V_C} P_B = 6{,}35 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$$

Transf isotherme D → A

$$P_D V_D = P_A V_A \qquad P_D = \frac{V_A}{V_D} P_A = 5{,}71 \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$$

②



Il s'agît d'un cycle récepteur car le sens du parcours du cycle est le sens trigonométrique.

③ Transf. A→B (isochore)

$W_{A\to B} = 0\ J$

$Q_{A\to B} = \int_A^B n\,c_v\,dT = n c_v (T_B - T_A) = 5597{,}6\ J$

$n = \dfrac{P_A V_A}{R T_A} = 3{,}97$ mol

Transf B→C (isotherme)

$W_{B\to C} = \int_{V_B}^{V_C} -P\,dV = \int_{V_B}^{V_C} -RnT_B \dfrac{dV}{V} =$

$= -RnT_B \ln \dfrac{V_C}{V_B} = 3{,}876 \times 10^4\ J$

$Q_{B\to C} = -W_{B\to C} = -3{,}876 \times 10^4\ J$

Transf. C→D (isochore)

$W_{C\to D} = 0\ J$

$Q_{C\to D} = \int_{T_C}^{T_D} n\,c_v\,dT = n c_v (T_D - T_C) = -5597{,}6\ J$

Transf D→A (isotherme)

$W_{D\to A} = \int_{V_D}^{V_A} -P\,dV = -RnT_A \int_{V_D}^{V_A} \dfrac{dV}{V} = -RnT_A \ln \dfrac{V_A}{V_D}$

$= -3{,}486 \times 10^4\ J$

$Q_{D\to A} = -W_{D\to A} = 3{,}486 \times 10^4\ J$

④ $W_{cycle} = W_{A\to B} + W_{B\to C} + W_{C\to D} + W_{D\to A} =$

$= 3900\ J$

⑤ Si on considère que les volumes V_A, V_B, V_C et V_D sont constantes, on peut utiliser les formules déjà utilisées dans la question précédente.

$W_{A\to B} = W_{C\to D} = 0\ J$ $\quad T_A = T_D = 268{,}15\ K$

$T_B = T_C = 292{,}15\ K$

$$W_{B\to C} = -Rn T_C \ln \frac{V_C}{V_B} = 3,798 \times 10^4 \text{ J}$$

$$W_{D\to A} = -Rn T_A \ln \frac{V_A}{V_D} = -3,486 \times 10^4 \text{ J}$$

$W_{cycle} = 3120$ J

En baissant la température de 25°C à 19°C on peut faire une économie de 780 J par cycle.

6

$$COP_{PAC} = \frac{-Q_{SC}}{W_{cycle}}$$

$Q_{SC} = Q_{BC}$ $\qquad COP_{PAC} = \dfrac{3,876 \times 10^4}{3900} = 9,93$

7

$$COP_{PAC,C} = \frac{T_{SC}}{T_{SC} - T_{Sf}}$$

$T_{SC} = T_B = 298,15$ K

$T_{Sf} = T_A = 268,15$ K

$$COP_{PAC,C} = \frac{298,15}{298,15 - 268,15} = 9,93$$

Cette pompe à chaleur à un coefficient de performance égal à celui d'une pompe de chaleur de Carnot.

Comme attendu $COP_{PAC} \leq COP_{PAC,C}$